Chapitre θ5 – Machines thermiques

I) Machines cycliques dithermes

1) Machines cycliques

On s'intéresse à un fluide qui est un système fermé et macroscopiquement au repos. Une machine thermique fait subir à ce fluide une transformation cyclique. Puisque U et S sont des fonctions d'états, leur variation au cours d'un cycle est nulle.

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{\text{cycle}} = 0$$

2) Impossibilité des machines monothermes

On suppose que le fluide est en contact avec un unique thermostat de température T_0. Alors, sur un cycle :

$$\Delta U = 0 = W + Q \quad \text{et} \quad \Delta S = 0 = S_e + S_c = \frac{Q}{T_0} + S_c \quad \text{avec :} \quad S_c \geq 0$$

Alors,

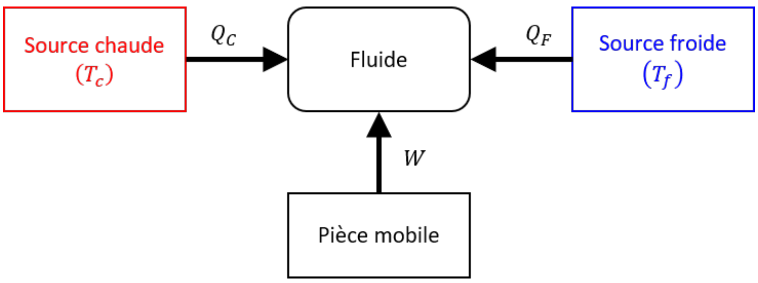
$$W = -Q \quad \text{et} \quad \frac{Q}{T_0} = -S_c \leq 0$$

Bilan :

- $W \geq 0$ il s'agit d'un récepteur. Il est impossible de créer un moteur monotherme.
- $Q \leq 0$ le fluide fournit de la chaleur. Il est impossible de réaliser un réfrigérateur monotherme.

3) Machines dithermes

On suppose que le fluide est en contact avec deux sources de chaleur : une source chaude de température T_c et une source froide de température $T_f < T_c$. On note Q_c et Q_f les chaleurs reçues par les sources chaude et froide.



Alors, sur un cycle :

$$\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f \quad \text{et} \quad \Delta S = 0 = S_{e,c} + S_{e,f} + S_c = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c \quad \text{avec :} \quad S_c \geq 0$$

Alors,

$$W = -Q_c - Q_f \quad \text{et} \quad \underbrace{\boxed{\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = -S_c \leq 0}}_{\text{Inégalité de Clausius}}$$

Pour un **moteur** : le flux thermique est dans le sens naturel et non récupère du travail au passage. Donc : $Q_c > 0$, $Q_f < 0$ et $W < 0$.

Pour un **récepteur** : on fournit du travail pour réaliser un flux thermique dans le sens anti-naturel. Donc : $Q_c < 0$, $Q_f > 0$ et $W > 0$.

4) Efficacité des machines

On définit l'efficacité d'une machine comme :

$$e = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur coûteuse}}$$

Pour un moteur, e correspond à son rendement et est noté η. Pour un récepteur, e correspond à son coefficient de performance.

On appelle **efficacité de Carnot** l'efficacité maximale théorique d'une machine.

Notons $\Delta T = T_c - T_f$

Machine	Efficacité	Efficacité de Carnot	AN typique
Moteur	$\eta = \frac{-W}{Q_c}$	$\eta_c = \frac{\Delta T}{T_c}$	0,4
Réfrigérateur	$\text{COP} = \frac{Q_f}{W}$	$\text{COP}_c = \frac{T_f}{\Delta T}$	3
Pompe à chaleur	$\text{COP} = \frac{-Q_c}{W}$	$\text{COP}_c = \frac{T_c}{\Delta T}$	4

Démonstration : rendement de Carnot du moteur

$$W = -Q_c - Q_f \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

Or,

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_f}{T_f} \leq -\frac{Q_c}{T_c} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_f}{Q_c} \leq -\frac{T_f}{T_c} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}_{= \eta} \leq \underbrace{1 - \frac{T_f}{T_c}}_{= \eta_c}$$

AN :

- Moteur : typiquement 40 % de l'énergie thermique issue de la source chaude est convertie en chaleur.
- Réfrigérateur : typiquement, pour chaque Watt d'électricité dépensé pour alimenter la machine, 3 W sont prélevés à la source froide.
- PAC : typiquement, pour chaque Watt d'électricité dépensé pour alimenter la machine, 4 W sont fournis à la source chaude.

Retour sur la machine monotherme (chauffage électrique par effet Joule) :

$$W = -Q \quad \Rightarrow \quad \text{COP} = \frac{-Q}{W} = 1$$

Une pompe a chaleur est donc typiquement 4 fois plus performant qu'un chauffage électrique par effet Joule.

II) Machine de Carnot

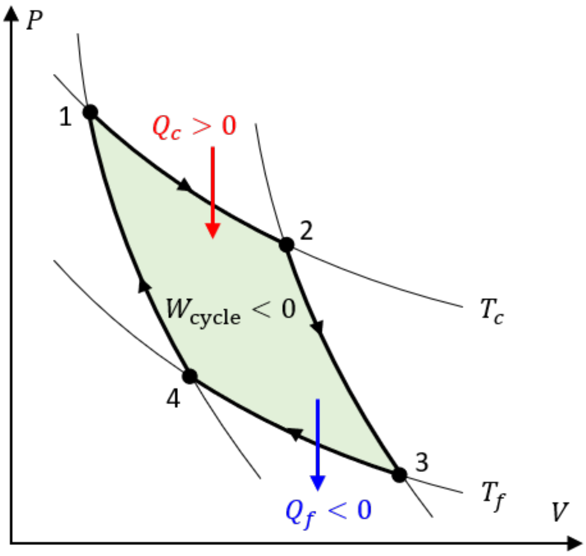
1) Cycle thermodynamique

Le cycle de Carnot est un cycle constitué de quatre transformations réversibles.

- [12] isotherme à T_c
- [23] adiabatique réversible entre les températures T_c et T_f
- [34] isotherme à T_f
- [41] adiabatique réversible entre les températures T_f et T_c

Le cycle moteur est parcouru dans le sens horaire. Le cycle récepteur est parcouru dans le sens trigonométrique.

Exemple du cycle moteur :



2) Rendement

Par définition :

$$\eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

Pour une transformation adiabatique :

$$Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_{23} = Q_{41} = 0}$$

Pour une transformation isotherme à T_0 :

$$\Delta U = 0 = W + Q \quad \Rightarrow \quad Q = -W \quad \text{avec :} \quad W = -\int PdV = -\int nRT_0 \, \frac{dV}{V} = -nRT_0 \, \ln\left(\frac{V_{\text{final}}}{V_{\text{init.}}}\right)$$

On en déduit :

$$\boxed{Q_c = Q_{12} = nRT_c \, \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0 \quad \text{et} \quad Q_f = Q_{34} = nRT_f \, \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0}$$

Bilan :

$$\eta = 1 + \frac{T_f}{T_c} \times \frac{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}$$

On utilise finalement la loi de Laplace. Lors d'une transformation adiabatique, $TV^{\gamma-1} = cte$. Ainsi,

$$\begin{cases} T_c V_2^{\gamma-1} = T_f V_3^{\gamma-1} \\ T_c V_1^{\gamma-1} = T_f V_4^{\gamma-1} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \eta_c}$$

Le rendement du moteur de Carnot est égal au rendement de Carnot.

Remarques :

- Le cycle de Carnot est un cycle théorique : il s'effectue en l'absence de phénomènes dissipatifs.
- Un moteur de Carnot est inutile en pratique : des transformations isothermes donc infiniment lentes... le moteur a une puissance nulle. Or on cherche généralement à faire des moteurs puissants.

III) Machine de Stirling

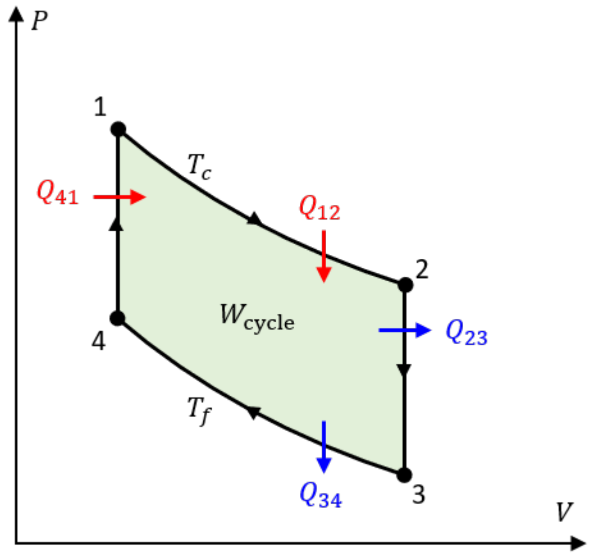
1) Cycle thermodynamique

Le cycle de Stirling est un cycle constitué de quatre transformations.

- [12] isotherme à T_c
- [23] isochore à V_M entre les températures T_c et T_f
- [34] isotherme à T_f
- [41] isochore à V_m entre les températures T_f et T_c

Le cycle moteur est parcouru dans le sens horaire. Le cycle récepteur est parcouru dans le sens trigonométrique.

Exemple du cycle moteur :



2) Rendement

Pour une transformation isochore :

$$W = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = Q = C_V\,(T_{\text{final}} - T_{\text{init.}}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} Q_{23} = C_V\,(T_f - T_c) = -C_V \Delta T < 0 \\ Q_{41} = C_V\,(T_c - T_f) = C_V \Delta T > 0 \end{cases}}$$

Pour une transformation isotherme, on a vu au II que :

$$\boxed{Q_{12} = nRT_c\,\ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right) > 0 \quad \text{et} \quad Q_{34} = nRT_f\,\ln\left(\frac{V_m}{V_M}\right) < 0}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} Q_c = Q_{41} + Q_{12} \\ Q_f = Q_{23} + Q_{34} \\ -W = Q_c + Q_f \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\eta = \frac{-W}{Q_c} = \frac{nR\Delta T\,\ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)}{C_V \Delta T + nRT_c\,\ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)} < \eta_c}$$

On aurait $\eta = \eta_c$ si $C_V \Delta T = 0$.

3) Régénérateur

Un régénérateur est une pièce dont le rôle est de stocker l'énergie thermique perdue par le fluide durant l'étape (23) pour la redonner au fluide durant l'étape (41). Dans ce cas, Q_{23} et Q_{41} ne sont plus des chaleurs échangées avec les thermostats. Ainsi,

$$\begin{cases} Q_c = Q_{12} \\ Q_f = Q_{34} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\eta = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{nRT_f\,\ln\left(\frac{V_m}{V_M}\right)}{nRT_c\,\ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \eta_c}$$

Avec un régénérateur parfait, on peut donc tendre vers le moteur de Carnot.

IV) Cogénération

La **cogénération** est la production simultanée d'électricité et de chaleur. Cette technique permet de valoriser une partie de la chaleur qui serait normalement rejetée dans l'environnement.

Application :

Exercice TD : « chauffage d'une serre »